

Devoir 1

Réalisé par Personne 1 et Personne 2

Présenté à Jérôme Soucy
Dans le cadre du cours
MAT-2903 : Thèmes mathématiques pour l'enseignement secondaire



15 octobre 2016

Question 1 (20 points)

Soit une ellipse d'équation

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

et soit P un point lui appartenant. Appelons T la droite tangente à l'ellipse en P , et appelons A et B les points d'intersection de la droite T avec l'axe des x et l'axe des y respectivement. Soient maintenant D_x la droite parallèle à l'axe des x passant par B , et D_y la droite parallèle à l'axe des y passant par A . Finalement, appelons Q le point de rencontre des droites D_x et D_y . Remarquons que ces définitions n'ont du sens que si P n'est pas un sommet de l'ellipse. On fera donc cette hypothèse.

- (5) (a) Dans GeoGebra, définissez deux curseurs a et b , prenant leurs valeurs dans l'intervalle $(0, 5)$, puis construisez l'ellipse d'équation

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Solution: Voir construction sur le [Site GeoGebra](#).

- (10) (b) Étant donné un point P sur l'ellipse, construisez, à l'aide de l'outil **Lieu**, le lieu des points Q décrit dans le préambule de cette question.

Solution: Voir construction sur le [Site GeoGebra](#).

- (5) (c) Montrez que les points de coordonnées (x, y) appartenant au lieu précisé à la sous-question précédente satisfont

$$\frac{a^2}{x^2} + \frac{b^2}{y^2} = 1.$$

Vous pouvez utiliser le fait que l'équation de la tangente à l'ellipse d'équation

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

au point (x_0, y_0) est donnée par

$$\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1.$$

Solution: Voici la solution.

Question 2 (20 points)

Dans le contexte de l'enseignement secondaire, les coniques étudiées ont généralement leurs axes parallèles à l'axe du repère. Dans le cas contraire, les équations obtenues pour résoudre les différents problèmes associés sont plus complexes. La connaissance d'une formule simple, donnant la distance entre un point et une droite, permet d'obtenir assez facilement l'équation d'une telle conique.

- (6) (a) Soit d une droite d'équation $y = mx + b$ dans un repère orthonormée Oxy . Soit P un point du plan, extérieur à d , de coordonnées (x_0, y_0) . Montrez que la distance entre d et P est donnée par

$$\frac{|mx_0 - y_0 + b|}{\sqrt{1 + m^2}}.$$

Solution: Voici la solution.

- (12) (b) Une ellipse a pour foyers les points F_1 et F_2 , de coordonnées respectives $(-6, 4)$ et $(-4, 2)$. Son excentricité est de $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Trouvez l'équation de l'ellipse ainsi que celle de chacune de ses directrices, de même que les coordonnées du centre et de ses quatre sommets.

Solution: Voici la solution.

- (2) (c) Construisez l'ellipse dans GeoGebra, en prenant soin d'y tracer les directrices et d'identifier le centre, les foyers, et les quatre sommets. Incluez une image de votre construction dans le devoir.

Solution: Voir construction sur le [Site GeoGebra](#).