ISAAC RODRIGUEZ

ALGEBRA LINEAL **TALLER** 2017/11/16

1. ¿ Cómo se relacionan los renglones de EA con los de A en los siguientes casos? (suponga que A es una matriz cualesquiera)

E=$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- La primera fila de EA y A son iguales
- La segunda fila de EA es dos veces la segunda fila de A
- La tercera fila es EA es cuatro veces la primera fila de A más la tercera fila de A

E=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

- La componente n de la primera fila de EA es la suma de los componentes de la columna n de A
- La segunda fila es una fila de ceros

E=$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

- La primera fila de A y la tercera fila de A se intercambian

2. Determinar si la proposición es falsa o verdadera (justificar) A, B son matrices cuadradas de orden n.

- det(A+B)= det(A) + det(B) (falsa)

  Contra ejemplo:
  Si A es igual a B, A es una matriz cuadrada de orden cuatro y el determinante de A es 4:
  det(A+B)= 64 y det(A)+det(B)=8

- Si $A^k = 0_{nxn}$ para algún k entero positivo entonces A es singular (verdadera)
  Si $A^k = 0_{nxn}$, es decir es nilpotente, el determinante debe ser cero razón por la cual la matriz es singular

- Si det(A)=-2, entonces el sistema $AX = 0$ tiene solo la solución trivial (verdadera)
  A es invertible por ser su determinante diferente de 0 por lo cual $X = A^{-1}0$

- Si A es idempotente entonces det(A)=0 (falsa) La matriz identidad es idempotente y su determinante es 1

3. Tres vectores $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ de $\Re^3$ satisfacen que:

$||\vec{u}||$=$||\vec{w}||$=5; $||\vec{v}|| = 1$; $||\vec{u} - \vec{v} + \vec{w}|| = ||\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}||$

Si el angulo que forman $\vec{u}$ y $\vec{v}$ es $\frac{\Pi}{8}$, hallar el que forman $\vec{v}$ y $\vec{w}$

$(\vec{u} - \vec{v} + \vec{w}) \cdot (\vec{u} - \vec{v} + \vec{w})$=$(\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}) \cdot (\vec{u} + \vec{v} + \vec{w})$

$\vec{u} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{v} + \vec{w} \cdot \vec{w} - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + 2\vec{u} \cdot \vec{w} - 2\vec{v} \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{v} + \vec{w} \cdot \vec{w} + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + 2\vec{u} \cdot \vec{w} + 2\vec{v} \cdot \vec{w}$

$-2\vec{u} \cdot \vec{v} - 2\vec{v} \cdot \vec{w} = 2\vec{u} \cdot \vec{v} + 2\vec{v} \cdot \vec{w}$

$-\vec{v} \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot \vec{v}$

$cos(\theta) = \frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{||\vec{v}||||\vec{w}||}$

$cos(\theta) = \frac{-\vec{u} \cdot \vec{v}}{5}$

$\theta = -\frac{\Pi}{8}$

4. Escriba una ecuación lineal de n variables , diga que representa:

$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + ... + anx_n = b$

Representa un plano en el espacio $\Re^n$

5. Demuestre que el conjunto $\vec{B}$ es una base de $\vec{V}$ y encuentre el vector de coordenadas de $\vec{u}$ respecto a la base $\vec{B}([\vec{u}]_{\vec{B}})$

- $\vec{B} = \{\ (3, 2, 2), (-1, 2, 1), (0, 1, 0)\}$, $\vec{V} = \Re^3$, $\vec{u} = (5, 3, 1)$

  $$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 5, \text{ por lo tanto si es base de } \Re^3$$

$$([\vec{u}]_{\vec{B}}) = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & -8 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 6 \\ -7 \\ 17 \end{bmatrix}$$

- $\vec{B} = \{\ x^2 + x; x-1; x+1\}$, $\vec{V} = P_2$, $\vec{u} = 3x^2 - x + 2$

  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 2$, por lo tanto si es base de P_2

  $$([\vec{u}]_{\vec{B}}) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix} = 3x^2 - 3x - 1$$

- $\vec{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right\}$

  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$ -1, por lo tanto si es base.

6.Demostrar que si A y B son semejantes:

- det(A)=det(B)
  PA=BP
  det(PA)=det(BP) det(P)det(A)=det(B)det(P) det(A)=det(B)
- tr(PA)=tr(BP)
  tr(A)tr(P)=tr(P)tr(B)
  PA=PB
- A y B tienen el mismo polinomio característico
  det(P(A-λI))=det((B-λI)P)
  det(A-λI)=det(B-λI)
  Como tienen el mismo polinomio característico tienen los mismos valores propios
- $PA^n = B^nP$
  $det(PA^n) = det(B^nP)$
  $det(A^n) = det(B^n)$
- $PA^{-1} = B^{-1}P$
  $AP^{-1} = P^{-1}B$
  $A = P^{-1}BP$