0.1

Dado um sistema de duas equacões em duas incógnitas:

$$\begin{aligned} ax + by &= c \\ dx + ey &= f \end{aligned}$$

Queremos encontrar os pares x, y que sejam soluções simultâneas de ambas as equações. A idéia geral é converter o sistema para um sistema mais simples de forma que as solucões não sejam alteradas. Para isto, podemos:

1. Trocar a ordem das equações:

$$\begin{aligned} ax + by &= c \\ dx + ey &= f \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dx + ey &= f \\ ax + by &= c \end{aligned}$$

2. Somar uma equação com um múltiplo de outra:

$$\begin{aligned} ax + by &= c \\ dx + ey &= f \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ax + by + k(dx + ey) &= c + k(f) \\ dx + ey &= f \end{aligned}$$

3. Multiplicar uma equação por um número diferente de zero.

$$\begin{aligned} ax + by &= c \\ dx + ey &= f \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k(ax + by) &= k(c) \\ dx + ey &= f \end{aligned}$$

As equações mais simples que existem são $x = a$ e $0x = a$. O nosso objetivo é tentar reduzir alguma equação do nosso sistema a essas equações. A estratégia geral é:

- Observe a coluna da variável x, ela tem dois coeficientes a, d. Usando (3) duas vezes, nós multiplicamos a primeira por d e a segunda por a:

$$\begin{aligned} ax + by &= c \\ dx + ey &= f \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d(ax + by) &= d(c) \\ a(dx + ey) &= a(f) \end{aligned}$$

- Agora usando (2) subtraindo a segunda equação da primeira, temos:

$$\begin{aligned} adx + bdy &= dc \\ eay - bdy &= af - dc \end{aligned}$$

- Resolvendo pra y,temos:

$$\begin{aligned} adx + bdy &= dc \\ y &= \frac{af - dc}{ea - bd} \end{aligned}$$

- Esse é o valor de y (observe que isto é uma equação na forma $y = a$) agora substituímos esse valor na primeira equação e resolvemos para x (para obter uma equação na forma $x = a$). Pronto, esta é uma solução para o sistema.

Podemos ter três tipos de sistemas de equações:

1. Uma única solução. Ex:

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 5 \\ 2x + 3y &= 6 \end{aligned}$$

2. Infinitas soluções. Ex:

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 5 \\ 6x + 4y &= 10 \end{aligned}$$

3. Zero soluções. Ex:

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 1 \\ 9x + 6y &= 2 \end{aligned}$$