Algebra 1: Rotekvation

Pia Eriksson

17 september 2019

Uppgiften är att lösa rotekvationen

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{2x-3} = 2.$$

Ekvationen är ekvivalent med

$$\sqrt{x-1} = 2 - \sqrt{2x-3},$$

som kan kvadreras till

$$(\sqrt{x-1})^2 = (2-\sqrt{2x-3})^2$$
$$\Leftrightarrow x - 1 = 2x + 1 - 4\sqrt{2x-3}.$$

Om $4\sqrt{2x-3}$ adderas till, och $(x-1)$ subtraheras från varje sida av ekvationen får vi

$$4\sqrt{2x-3} = x + 2$$

som kan kvadreras till

$$(4\sqrt{2x-3})^2 = (x+2)^2$$
$$\Leftrightarrow 32x - 48 = x^2 + 4x + 4.$$

Denna ekvation kan göras om till en ekvation som är lika med noll, nämligen

$$0 = x^2 - 28x + 52,$$

och då kan pq-formeln användas för att få fram värdet på x. Efter att vi använt den finner vi att

$$x = \frac{28}{2} \pm \sqrt{(\frac{-28}{2})^2 - 52}$$
$$\Leftrightarrow x = 14 \pm 12$$

ger två rötter. Om vi provar dessa rötter i den ursprungliga ekvationen ser vi att med $x_1 = 26$ får vi

$$\sqrt{26-1} + \sqrt{26 \cdot 2 - 3} \neq 2$$
$$\Leftrightarrow 12 \neq 2,$$

som är en falskrot. När den andra roten, $x_2 = 2$, sätts in i den ursprungliga ekvationen finner vi däremot att

$$\sqrt{2-1} + \sqrt{2 \cdot 2 - 3} = 2$$
$$\Leftrightarrow 2 = 2$$

är en sann rot.

Sammanfattningsvis har ekvationen den enda lösningen $x = 2$.